

Sum over subset Dynamic Programming (SOS DP) (SOSDP.*)

Cho một mảng A cố định gồm 2^n số nguyên $A_0, A_1, \dots, A_{2^n-1}$. Gọi i là tập con của x nếu $x \& i = i$.

Yêu cầu: $\forall x = 0..2^n - 1$ tính hàm $F(x) = \text{Tổng của tất cả } A[i] \text{ sao cho } i \text{ là tập con của } x$, cụ thể:

$$F[x] = \sum_{i \& x = i} A[i] \text{ với } x = 0..2^n - 1.$$

Dữ liệu vào:

- Dòng đầu chứa số nguyên dương n ($n \leq 20$)
- Dòng tiếp theo chứa 2^n số nguyên $A_0, A_1, \dots, A_{2^n-1}$ ($-10^9 \leq A_i \leq 10^9$).

Kết quả ra:

Ghi 1 dòng chứa 2^n số nguyên, số nguyên thứ i là $F[i]$ tương ứng.

Ví dụ:

INPUT	OUTPUT
3 1 2 3 4 5 6 7 8	1 3 4 10 6 14 16 36

Giải thích: Ta có:

$$F[0] = A_0 = 1$$

$$F[1] = A_0 + A_1 = 1 + 2 = 3 \text{ (vì } 0=00_2, 1=01_2 \text{ là tập con của } 1=01_2)$$

$$F[2] = A_0 + A_2 = 1 + 3 = 4 \text{ (vì } 0=00_2, 2=10_2 \text{ là tập con của } 2=10_2)$$

$$F[3] = A_0 + A_1 + A_2 + A_3 = 1 + 1 + 3 + 4 = 10 \text{ (vì } 0 = 00_2, 1 = 01_2, 2 = 10_2, 3 = 11_2 \text{ là tập con của } 3 = 11_2)$$

...

$$F[7] = A_0 + A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6 + A_7 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 36 \text{ (vì } 0 = 000_2, 1 = 001_2, 2 = 010_2, 3 = 011_2, 4 = 100_2, 5 = 101_2, 6 = 110_2, 7 = 111_2 \text{ là tập con của } 7=111_2)$$